

## RANCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN

Nama Sekolah : SMA Unggulan BPPT Darus Sholah

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas/Semester : XI IPA / Genap

Waktu : 24 x 35 menit

### A Standar Kompetensi

Memahami aturan limit fungsi, dan sifat-sifat limit fungsi dalam pemecahan masalah.

### B Kompetensi Dasar

Menggunakan aturan limit fungsi, dan sifat-sifat limit fungsi dalam pemecahan masalah.

### C Indikator

- Menentukan dan menyimpulkan tentang pengertian limit fungsi
- Menentukan limit fungsi aljabar dan menyelesaikan permasalahan
- Merumuskan teorema limit
- Menentukan limit fungsi trigonometri dan menyelesaikan permasalahan.

### D Tujuan Pembelajaran

- Siswa dapat menentukan dan menyimpulkan tentang pengertian limit fungsi
- Siswa dapat menentukan limit fungsi aljabar dan menyelesaikan permasalahan
- Sisa dapat merumuskan teorema limit
- Siswa dapat menentukan limit fungsi trigonometri dan menyelesaikan permasalahan.

### E. Materi Ajar

Limit Fungsi

### E Metode Pembelajaran

Ceramah, tanya jawab, latihan, dan pemberian tugas.

### F Langkah-langkah

#### 1. Kegiatan Awal

- Apersepsi
- Mengingat kembali materi sebelumnya yang berhubungan dengan limit fungsi

#### 2. Kegiatan Inti

- Pengertian limit

Guru memberi contoh-contoh masalah aljabar waktu siswa duduk di kelas X.

Kemudian siswa diberi tugas untuk menyimpulkan dari contoh-contoh yang telah diberikan dan mengaitkan dengan materi limit.

- Limit fungsi aljabar

**Limit fungsi**  $f : x \rightarrow f(x)$  untuk  $x \rightarrow a$

Dengan cara substitusi langsung. Cara ini dilakukan dengan mensubstitusikan nilai-nilai  $x = a$ , ke dalam  $f(x)$ , apabila didapat:

a.  $f(a) = h$ , berarti  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = h$

b.  $f(a) = \frac{h}{0}$ , berarti  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$

c.  $f(a) = \frac{0}{h}$ , berarti  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$

d.  $f(a) = \frac{0}{0}$ , maka:

(1) Bentuk  $f(x)$  difaktorkan sehingga  $f(a) \neq \frac{0}{0}$  kemudian disubstitusikan lagi.

(2) Bentuk  $f(x)$  dikalikan dengan sekawan pembilang dan atau penyebut sehingga  $f(a) \neq \frac{0}{0}$  kemudian disubstitusikan lagi.

Contoh

Nilai dari  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{3x-2}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x}}$

**Penyelesaian**

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{3x-2}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x}} = \frac{\sqrt{4} - \sqrt{4}}{\sqrt{4} - \sqrt{4}} = \frac{0}{0} = \infty \text{ (tak terdefinisi)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{3x-2}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x}} \cdot \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{3x-2}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{3x-2}} \cdot \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{2x}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{2x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{[(x+2) - (3x-2)][\sqrt{x+2} + \sqrt{2x}]}{[(x+2) - (2x)][\sqrt{x+2} + \sqrt{3x-2}]}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(-2x+4)[\sqrt{x+2} + \sqrt{2x}]}{(-x+2)[\sqrt{x+2} + \sqrt{3x-2}]}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(-2x+4)[\sqrt{x+2} + \sqrt{2x}]}{(-x+2)[\sqrt{x+2} + \sqrt{3x-2}]}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2[\sqrt{2+2} + \sqrt{2 \cdot 2}]}{[\sqrt{2+2} + \sqrt{3 \cdot 2 - 2}]} = \frac{2(2+2)}{(2+2)} = 2$$

➤ Teorema Limit dan limit fungsi trigonometri

### 1. Teorema limit

a.  $\lim_{x \rightarrow a} k = k$

b.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a), \forall a \in R$

c.  $\lim_{x \rightarrow a} k \cdot f(x) = k \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ , utk  $k = \text{konstanta}$

d.  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

e.  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

f.  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$ , utk  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$

g.  $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x)\}^n = \{\lim_{x \rightarrow a} f(x)\}^n$

h.  $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) > 0$

Contoh

Diketahui  $f(x) = x^2 - 2; g(x) = 3x + 2$

Hitunglah:

$$a. \lim_{x \rightarrow 2} [f(x) - g(x)]$$

**Penyelesaian**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} [f(x) - g(x)] \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 2) - \lim_{x \rightarrow 2} (3x + 2) \\ &= (2^2 - 2) - (3 \cdot 2 + 2) = -6 \end{aligned}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow 1} [f(x) \cdot g(x)]$$

**Penyelesaian**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} [f(x) \cdot g(x)] \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 1} g(x) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 2) \cdot \lim_{x \rightarrow 1} (3x + 2) \\ &= (1 - 2) \cdot (3 + 2) = -5 \end{aligned}$$

## 2. Limit Fungsi Trigonometri

$$a. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xa}{\sin bx} = \frac{a}{b}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{ax} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\sin ax} = 1$$

$$c. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$$

$$d. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{ax} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\tan ax} = 1$$

$$e. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$$

$$f. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\tan bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$$

Contoh

Hitung  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \tan x}{1 - \cos x}$

**Penyelesaian**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \tan x}{1 - \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \tan x}{1 - (1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2}x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \tan x}{2 \sin^2 \frac{1}{2}x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} \cdot \frac{\tan x}{x} \cdot \frac{\frac{1}{2}x}{\sin \frac{1}{2}x} \cdot \frac{1}{(\frac{1}{2})^2} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{4}} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\frac{1}{2}x}{\sin \frac{1}{2}x} \right)^2 = 2 \cdot 1 \cdot 1^2 = 2 \end{aligned}$$

## 3. Kegiatan Akhir

- Latihan soal dan diskusi kelompok
- Menanyakan kepada siswa masalah materi yang belum dipahami
- Menyimpulkan bersama-sama

### **G Alat dan Sumber Belajar**

1. Buku paket siswa kelas XI IPA penerbit : Ganeca Exact
2. Buku pegangan guru penerbit PT. Intan Pariwara
3. Diklat kelas XI IPA

### **H Penilaian**

<b>Aspek</b>	<b>Jenis Tagihan</b>	<b>Butir Soal</b>
Kognitif	1. Tugas	20 soal
	2. Ulangan Harian 1	5 soal
	3. Ulangan Harian 2	5 soal

Kepala Sekolah

Guru Mata Pelajaran

DR. Hadi Purnomo, M. Pd

Erfan Yudianto, S. Pd